

a) रैखिक स्वतंत्र b) रैखिक परतन्त्र

c) रैखिक स्वतंत्र एवं परतन्त्र दोनों d) उपरोक्त में से कोई नहीं

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ के आइगन मान होंगे -

- a) 1, 2 b) 1, -1
c) 1, -2 d) None of these

इस खण्ड में लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं पांच प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 200 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 7 अंक का है।

लैन्ग्रांज प्रमेय का कथन लिखकर उसे सिद्ध कीजिये।

समूह G से समूह G' में समाकारिता f एक-एक होगा यदि और केवल यदि $\text{Ker } f = \{e\}$

सिद्ध कीजिये कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ भी एक उपवलय होता है।

सिद्ध कीजिये कि एक क्षेत्र, अनिवार्यतः पूर्णाकीय प्रान्त होता है।

- i) $a \cdot 0' = 0', \forall a \in F, 0' \in V$
- ii) $a(-\alpha) = -a\alpha, \forall a \in F, \alpha \in V$

24414-MN

Q. 06 If set $S = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ is a basis of $V_3(R)$ then show that the set

$S^1 = \{\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha\}$ is also a basis set for $V_3(R)$

यदि समुच्चय $S = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $V_3(R)$ का आधार समुच्चय हो तो दिखाइये कि समुच्चय $S^1 = \{\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha\}$ भी $V_3(R)$ का आधार समुच्चय होगा।

Q. 07 If the matrix of a linear transformation T on $V_2(C)$ with respect to the basis $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ is $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ then find the matrix of T with respect to the

ordered basis $B_1 = \{(1, 1), (1, -1)\}$

यदि $V_2(C)$ में रैखिक रूपान्तरण T का आधार $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ के सापेक्ष आव्यूह $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ हो तो आधार $B_1 = \{(1, 1), (1, -1)\}$ के सापेक्ष T का आव्यूह ज्ञात कीजिये।

Q. 08 Show that the matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ is diagonalizable.

दिखाइये कि आव्यूह $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ विकर्णीय है।

[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Attempt **any two** questions in this section in 500 words each. Each question carries **10 marks**.

इस खण्ड में दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं दो प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 500 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

Q. 09 If H be a non - empty subset of a group G . Then H is a subgroup of G if and only if $a, b \in H \Rightarrow a \cdot b^{-1} \in H$

where b^{-1} is the inverse of b in G .

यदि H समूह G का एक अरिक्त उपसमुच्चय हो तो H , समूह G का उपसमूह होगा

यदि और केवल यदि $a, b \in H \Rightarrow a \cdot b^{-1} \in H$

जहां b^{-1} , b का समूह G में प्रतिलोम है।

Q. 10 Prove that the $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ permutations on n symbols, $\frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2}$ are even and $\frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2}$ are odd.

सिद्ध कीजिये कि n संकेतों के $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ क्रमचय में से $\frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2}$ सम एवं $\frac{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}{2}$ विषम होते हैं।

Q. 11 Show that the set of complex numbers is not an ordered integral domain.

दिखाइये कि समिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णाकीय प्रान्त नहीं है।

Q. 12 If $V(F)$ is a finite dimensional vector space then prove that any two basis of $V(F)$ have the same number of elements.

यदि $V(F)$ एक परिमित विमीय सदिश समष्टि हो तो सिद्ध कीजिये कि $V(F)$ के किन्हीं दो आधार समुच्चयों में अवयवों की संख्या समान होती है।

_____○_____